

8 - Vierecke zeichnen und konstruieren III

Aufgaben

1. Finde alle auf die Beschreibung passenden Rechtecke.
 - a) Konstruiere ein Rechteck, deren Diagonalen einen Winkel von 130° einschließen. Eine der Diagonalen hat Länge 8cm .
 - b) Eine Seite eines Rechtecks mit Umfang $u = 12\text{cm}$ ist 3cm lang. Konstruiere das Rechteck.
2. Finde alle auf die Beschreibung passenden Rauten.
 - a) Konstruiere eine Raute, die eine Diagonale mit Länge 8cm und einen 60° großen Innenwinkel besitzt.
 - b) Eine Diagonale einer Raute hat Länge 9cm , die andere ist um 20% kürzer. Konstruiere die Raute.
3. Finde alle auf die Beschreibung passenden symmetrische Trapeze.
 - a) Eine Grundseite eines symmetrischen Trapezes hat die Länge 5cm , die Höhe h ist 3cm , der Winkel $\beta = 45^\circ$. Konstruiere das Trapez.
 - b) Ein symmetrisches Trapez mit einer 7cm langen Grundseite und einem Umkreisradius von 6cm hat eine Höhe von 3cm . Konstruiere das Trapez.
4. Finde alle auf die Beschreibung passenden Parallelogramme.
 - a) Die Diagonalen eines Parallelogramms haben die Längen 6cm und 8cm , eine Seite die Länge 6cm . Konstruiere das Parallelogramm.
 - b) Konstruiere ein Parallelogramm mit Umfang $u = 16\text{cm}$, das eine Seitenlänge 5cm und einen Innenwinkel 55° besitzt.
5. Finde alle auf die Beschreibung passenden symmetrische Drachen.
 - a) Eine Diagonale eines symmetrischen Drachen hat die Länge 8cm , $\alpha = 120^\circ$, $\gamma = 100^\circ$. Konstruiere den Drachen.
 - b) Konstruiere einen symmetrischen Drachen mit Umfang $u = 24\text{cm}$, der eine Seite mit Länge 7cm und eine Diagonale mit der Länge 11cm besitzt.
 - c) Konstruiere einen symmetrischen Drachen mit Umfang $u = 29\text{cm}$, der eine Seite mit Länge 7cm und eine Diagonale mit der Länge 16cm besitzt.

Erklärung

sind auf Blatt 8 - Vierecke zeichnen und konstruieren I und bei den Lösungen auf diesem Blatt.

Lösungen

1. Rechtecke
 - a) Die Diagonalen eines Rechtecks halbieren sich und sind gleich lang. Zeichne also einfach ein sich in der Mitte im Winkel 130° schneidendes Kreuz zweier 8cm langer Strecken.
 - b) Die gegenüberliegende Seite ist ebenfalls 3cm lang. Bleiben für die beiden anderen Seiten $12\text{cm} - 2 \cdot 3\text{cm} = 6\text{cm}$ zusammen, also jeweils 3cm . Das Rechteck ist also ein Quadrat.

2. Rauten

- a) Es gibt zwei **nicht** deckungsgleiche Lösungen: $\alpha = 60^\circ$ kann an der gegebenen Diagonale anliegen oder ihr gegenüber liegen. Der andere Winkel ist $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$. Da die Diagonalen die Innenwinkel halbieren, lassen sich beide Lösungen zeichnen (*WSW*).
- b) $9\text{cm} - 20\% = 9\text{cm} - 1,8\text{cm} = 7,2\text{cm}$. Da sich beide Diagonalen halbieren und aufeinander senkrecht stehen, lässt sich die Raute leicht zeichnen.

3. Symmetrische Trapeze

- a) Zeichne zuerst die Grundseite und eine Parallele im Abstand 3cm (denn darauf liegt die gegenüberliegende Grundseite). Liegen nun an der Grundseite die kleineren oder die größeren Winkel des Trapezes an? Zeichne beide Lösungen: Im ersten Fall zeichne 45° an die beiden Enden der Grundseite. Da sich keine Lösung ergibt, bleibt nur Fall zwei. Die größeren Winkel sind $180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$.
- b) Zeichne zuerst die Grundseite und eine Parallele im Abstand 3cm (denn darauf liegt die gegenüberliegende Grundseite). Jetzt zeichne die Mittelsenkrechte auf die Grundseite, denn auf ihr liegt der Umkreismittelpunkt. Da der bereits gezeichnete Eckpunkt 6cm vom Umkreismittelpunkt entfernt sein muss, schneide einfach den Kreis um ein Grundseitenende mit Radius 6cm mit der Mittelsenkrechte. Der Schnittpunkt ist der Mittelpunkt des Umkreises, den man jetzt zeichnen kann. Die zweite Grundseite ist jetzt das im Umkreis liegende Stück der anfangs gezeichneten Parallele.

4. Parallelogramm

- a) Da sich die Diagonalen halbieren, konstruiert man zunächst den Diagonalschnittpunkt durch Kreise um die Endpunkte der gegebenen Seite mit den halben Diagonalen als Radien. Dann verlängert man die Diagonalenhälften auf ihre volle Länge.
- b) Im Parallelogramm hat auch die gegenüberliegende Seite Länge 5cm . Da der Umfang $u = 16\text{cm}$ ist, bleiben für die beiden anderen Seiten zusammen $16\text{cm} - 2 \cdot 5\text{cm} = 6\text{cm}$, also für jede Seite 3cm . Also kann man das Parallelogramm leicht zeichnen.

5. Symmetrischer Drache

- a) Da α und γ gegenüber liegen (aber nicht gleich groß sind), sind die symmetrischen Winkel des Drachen $\beta = \delta$. Für sie bleiben wegen der Winkelsumme im Viereck zusammen $360^\circ - 120^\circ - 100^\circ = 140^\circ$, also jeweils 70° . Ist nun die gegebene Diagonale die Symmetrieachse oder nicht? Beides ist möglich! Da die Diagonalen des Drachen aufeinander senkrecht stehen, kann man auch die beiden von den Diagonalen zerlegten Teilwinkel durch die Winkelsumme im Dreieck leicht berechnen und damit beide Lösungen zeichnen.
- b) Da im symmetrischen Drachen jeweils zwei benachbarte Seiten gleich lang sind, haben die Seiten die Längen: 7cm , 7cm , 5cm und 5cm (Umfang $u = 24\text{cm}$). Ist nun die gegebene Diagonale die Symmetrieachse, dann zeichne diese und an den Enden jeweils Kreise mit Radius 7cm und 5cm . Die Schnittpunkte sind die zueinander symmetrischen Ecken des Drachen. Ist die gegebene Diagonale nicht die Symmetrieachse, dann liefern die beiden Kreise mit Radius 5cm an deren Enden keine weitere Lösung (SSS-Satz; Dreiecksungleichung).
- c) Wie in b) ergeben sich die Seitenlängen: 7cm , 7cm , $7,5\text{cm}$ und $7,5\text{cm}$ (Umfang $u = 29\text{cm}$). Diesmal ergeben aber beide Möglichkeiten keine Lösung, weil $7\text{cm} + 7\text{cm} < 16\text{cm}$ und $7,5\text{cm} + 7,5\text{cm} < 16\text{cm}$ (SSS-Satz; Dreiecksungleichung).