

8 - Gleichungen IV

Aufgaben

1. Gib jeweils die Lösung an; $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$

a) $x + 4 = 6$

b) $-3x - 12 = 45$

c) $\frac{3}{4}x - 0,5 = 4$

d) $x + 4 = 13 + 2x$

e) $x + 1 = x - 6$

f) $x - 12 = 3x - 0,5$

g) $4x + 3 = 2x - 24$

h) $2x - 4 = \frac{3}{4}x - 1$

i) $\frac{3}{5}x - \frac{3}{4} = 1 - x$

j) $2b - 1 = b + 1$

k) $2a + a = 210$

l) $\alpha + 3\alpha - 30^\circ = \alpha - 10^\circ$

m) $3 - 0, 2a = 0, 4a + 10$

n) $x + x = 1 + 1$

o) $5x - 3 = 16 + 4x$

p) $c - 2^3 = 1 - c$

q) $a + 2,5 = a - (16 - 1)$

r) $x \cdot 2,5 = 25$

s) $5\beta - 40^\circ = 170^\circ - 2\beta$

t) $x + \frac{2}{3} = 4\frac{1}{3}x$

u) $x \cdot 0 + 4 = x + 40$

v) $2x = 3x + 1$

w) $x = -x + 3$

x) $2 - x = x + 1$

2. Gib jeweils die Lösung an; $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$

a) $x + 3x + 10 - 2x = 5, 5 + x + 4x - 2$

b) $x + 10 = 5, 5 + 3x - 4 - 5^2 + x - 2$

c) $x + (10 - x) = 15, 5 - (x - 1) + 2x - 0, 5$

d) $3x - x \cdot 2^3 = 9x + 9 - 4 + (x - 1)$

e) $x^2 - x + 4x - 3x^2 + 2x - 5 = 9 + x - 5x + x^2 - x + x^2 - 4x^2$

f) $1 - (x + 1) - (x + 3) - 2x = -5x - 2 + 3 \cdot x + 2 \cdot 4x$

g) $x \cdot x^2 + 10 \cdot x - 2x = x + x \cdot x \cdot x + 4x - 2$

h) $x + 10 - (x - 2 \cdot 2^3) = 5, 5 - 0, 5 \cdot x + 3x - 4 - 5^2 + x - 2$

i) $x + (10 - 1 \cdot 4 - 3^2 + 2 - 4, 5 + 0, 5) = 15, 5 - 2^2 + 3 - 5 - (x - 1)$

j) $x - x + x \cdot x + x - x \cdot x = 9x + 9 - (x - 9x) + 9 - 9x - x$

k) $x^2 - x^2 + 4x^2 - 3x^2 + 2x^2 - 5x^2 = x^2 - 5x^2 + x^2 - x^2 + x^2 - 4x^2$

l) $1 - (x + 1) - (x + 3) - (2 - x) = 1 - x - 2x + 3x + (x - 2) + 3x + (1 - x)$

m) $-2 \cdot x \cdot (-2) - 2x + x \cdot (-1) + x - x = 9x + 9 \cdot (-1) \cdot 5x$

Erklärung

Eine typische und einfache Gleichung mit x auf beiden Seiten ist die 1g):

$$\begin{array}{lcl}
 4x + 3 & = & 2x - 24 \quad | - 2x \quad \iff \text{zieht man den kleineren x-Term auf beiden Seiten ab,} \\
 & & & \text{so fällt das zweite x weg!} \\
 2x + 3 & = & -24 \quad | - 3 \quad \iff \text{ab jetzt ist's 6. Klasse - Niveau} \\
 2x & = & -27 \quad | : 2 \quad \iff \\
 x & = & -13,5
 \end{array}$$

Bedenke bei der 1u), dass $x \cdot 0 = 0$. Die Aufgaben in Aufgabengruppe 2 löst Du so, dass Du **links und rechts zuerst die Terme vereinfachst**. Auf diesem Blatt brauchst Du dafür nur die Wochenübungsblätter aus Jahrgangsstufe 7. Hast Du beide Seiten vereinfacht, so kannst Du die Gleichung wie in Aufgabe 1 lösen. In den Lösungen sind jeweils die Gleichungen mit vereinfachten Seiten und den Lösungen gegeben. Du wirst sicherlich mehr Zwischenschritte brauchen.

Es ist auch möglich (aber i. d. Regel umständlich), Äquivalenzumformungen vor dem Vereinfachen vorzunehmen. Man bekommt zwar dann dasselbe Endergebnis, aber natürlich eventuell einen anderen Zwischenschritt!

Bei den Gleichungen 2e), 2g) und 2k) bleiben auf beiden Seiten auch Terme mit höheren Exponenten über dem x übrig. Die kann man (in der 8. Klasse) nur auflösen, wenn die Potenzen links und rechts identisch sind. Hier ist das der Fall! Zieh' sie einfach ab (Beispiel 2e):

$$\begin{array}{rcll}
 x^2 - x + 4x - 3x^2 + 2x - 5 & = & 9 + x - 5x + x^2 - x + x^2 - 4x^2 & \iff \\
 -2x^2 + 5x - 5 & = & -2x^2 - 5x + 9 & | + 2x^2 \iff \\
 5x - 5 & = & -5x + 9 & | + 5x \iff \\
 10x - 5 & = & 9 & | + 5 \iff \\
 10x & = & 14 & | : 10 \iff \\
 x & = & 1,4 &
 \end{array}$$

Lösungen

1. Gib jeweils die Lösung an; $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$

- | | | | | | |
|-------------------------|--------------|------------------------|--------------|------------------------|----------------------------------|
| a) $x = 2$ | b) $x = -19$ | c) $x = 6$ | d) $x = -9$ | e) $\mathbb{L} = \{\}$ | f) $x = -5,75$ |
| g) $x = -13,5$ | h) $x = 2,4$ | i) $x = 1\frac{3}{32}$ | j) $b = 2$ | k) $a = 70$ | l) $\alpha = 6\frac{2}{3}^\circ$ |
| m) $a = -11\frac{2}{3}$ | n) $x = 1$ | o) $x = 19$ | p) $c = 4,5$ | q) $\mathbb{L} = \{\}$ | r) $x = 10$ |
| s) $\beta = 30^\circ$ | t) $x = 0,2$ | u) $x = -36$ | v) $x = -1$ | w) $x = 1,5$ | x) $x = 0,5$ |

2. Gib jeweils die Lösung an; $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$

- | | |
|--|--|
| a) $2x + 10 = 5x + 3,5 \iff x = 2\frac{1}{6}$ | b) $x + 10 = 4x - 25,5 \iff x = 11\frac{5}{6}$ |
| c) $10 = x + 16 \iff x = -6$ | d) $-5x = 10x + 4 \iff x = -\frac{4}{15}$ |
| e) s. Erklärungen | f) $-4x - 3 = 6x - 2 \iff x = -0,1$ |
| g) $x^3 + 8x = x^3 + 5x - 2 \iff x = -\frac{2}{3}$ | h) $26 = 3,5 - 25,5 \iff x = 14\frac{5}{7}$ |
| i) $x - 5 = -x + 10,5 \iff x = 7,75$ | j) $x = 7x + 18 \iff x = -3$ |
| k) $-2x^2 = -7x^2 \iff x = 0$ | l) $-x - 5 = 3x \iff x = -1,25$ |
| m) $x = -36x \iff x = 0$ | |